

4. $S = 7P_1 + 3P_2$. Comprobación: $\frac{7}{2} + \frac{3}{2} = 5$ y $\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$.

Ejercicio 5.6.3

← volver

1. $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$; $\det(A - \lambda I) = (4 - \lambda)^2 - 25 = (\lambda - 9)(\lambda + 1)$.

2. $\lambda = 9$: $\hat{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$. $\lambda = -1$: $\hat{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$.

3. Ecuación: $9x'^2 - y'^2 = 9$. Los valores propios tienen signos contrarios: hipérbola.

Ejercicio 5.6.4

← volver

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; $\det(A - \lambda I) = (2 - \lambda)^2 - 4 = \lambda(\lambda - 4)$.

2. $\lambda = 0$: $\hat{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$. $\lambda = 4$: $\hat{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$.

3. Ecuación: $4y'^2 = 9$, o sea $y' = \pm \frac{3}{2}$. Un valor propio nulo da una cónica degenerada.

4. Comprobación: la ecuación original es $2(x - y)^2 = 9$, y $y' = \frac{-x+y}{\sqrt{2}}$, así que $4y'^2 = 2(x - y)^2$.

Ejercicio 5.6.5

← volver

1. $M = \begin{pmatrix} -2i & 3 - i \\ -3 - i & -4i \end{pmatrix}$.

2. Transpuesta: $\begin{pmatrix} -2i & -3 - i \\ 3 - i & -4i \end{pmatrix}$; conjugada: $M^* = \begin{pmatrix} 2i & -3 + i \\ 3 + i & 4i \end{pmatrix}$.

3. $-M = \begin{pmatrix} 2i & -3 + i \\ 3 + i & 4i \end{pmatrix} = M^*$. La diagonal es imaginaria pura, como debe ser.

4. $T^* = -T$: T es antihermitiano.

Ejercicio 5.6.6

← volver

1. Los espacios dados son ortogonales entre sí. Base ortonormal de $E(1)$: $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0)\}$; de $E(7)$: $\{(0, 0, 1)\}$.

2. $P_1(x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) = (x, y, 0)$ y $P_7(x, y, z) = (0, 0, z)$. $P_1 + P_7 = I$.

3. $T = 1P_1 + 7P_7$: $T(x, y, z) = (x, y, 0) + (0, 0, 7z) = (x, y, 7z)$.

